Considérons la matrice suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & a & a^2 \\ 1/a & 0 & a \\ 1/a^2 & 1/a & 0 \end{pmatrix} ; \ a \in \mathbb{R}*$$

1 / * Mq A est diagonalisable.

$\chi_A(\lambda) = -(\lambda - 2)(\lambda + 1)^2$

** Cherchones les sev associés.

Pour $\lambda = 2$

$E_2 = \text{Vect}\{(a^2, a, 1)\}$

Pour $\lambda = -1$

$E_{-1} = \text{Vect}\{(-a, 1, 0), (-a^2, 0, 1)\}$

On a : $\dim(E_{-1}) + \dim(E_2) = 3$

donc A est diagonalisable !

Son polynôme minimal est :

$\Pi_A(x) = (x - 2)(x + 1)$

Parmi les propriétées du polynôme minimal, citées par Mr

Par division euclidienne :

$X^n = (x - 2)(x + 1) Q(x) + R$; $R(x) = \alpha x + \beta$, car deg (R)

On trouve :

$\alpha = (2^n - (-1)^n) / 3$ et $\beta = [2(-1)^n + 2^n] / 3$

Donc : $A^n = \alpha A + \beta$

Il y a aussi la méthose que Mr Lhassane a écrit :

$A^n = (PD(P-1))^n$

$= (PD(p-1))(PD(P-1)) \ldots\ldots\ldots (PD(P-1))$ n f

$= PD^nP(-1)$ car $P * P(-1) = I$